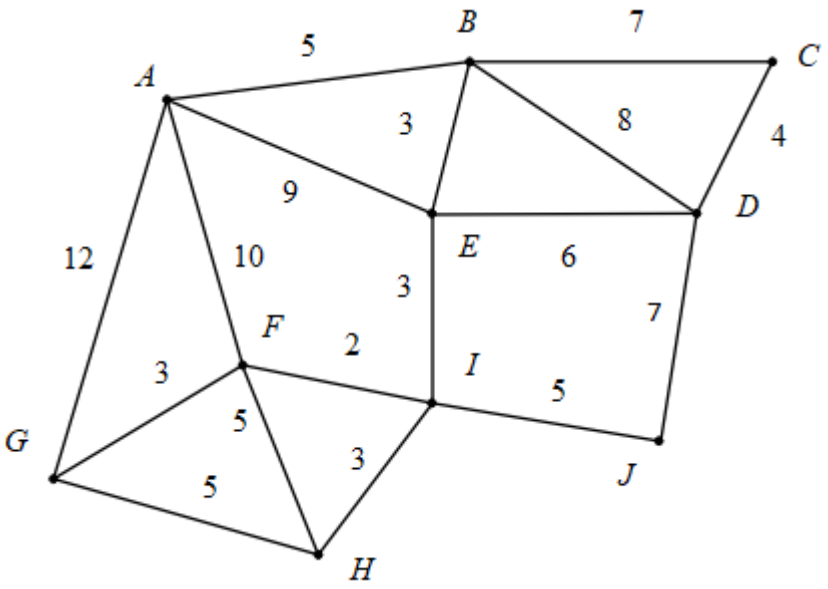
Floyd's Algorithm - Exercises (Sol'ns) (15 pages; 14/8/19)

(1) Floyd's algorithm is to be used to find the shortest distances between the vertices of the following network. Set up the initial distance table, and carry out two iterations of the algorithm (with routes going via A, and then via B), producing the route tables.



Solution

Initial distance table

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	–	5	∞	∞	9	10	12	∞	∞	∞
B	5	–	7	8	3	∞	∞	∞	∞	∞
C	∞	7	–	4	∞	∞	∞	∞	∞	∞
D	∞	8	4	–	6	∞	∞	∞	∞	7
E	9	3	∞	6	–	∞	∞	∞	3	∞
F	10	∞	∞	∞	∞	–	3	5	2	∞
G	12	∞	∞	∞	∞	3	–	5	∞	∞
H	∞	∞	∞	∞	∞	5	5	–	3	∞
I	∞	∞	∞	∞	3	2	∞	3	–	5
J	∞	∞	∞	7	∞	∞	∞	∞	5	–

1st Iteration

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	–	5	∞	∞	9	10	12	∞	∞	∞
B	5	–	7	8	3	15	17	∞	∞	∞
C	∞	7	–	4	∞	∞	∞	∞	∞	∞
D	∞	8	4	–	6	∞	∞	∞	∞	7
E	9	3	∞	6	–	19	21	∞	3	∞
F	10	15	∞	∞	19	–	3	5	2	∞
G	12	17	∞	∞	21	3	–	5	∞	∞
H	∞	∞	∞	∞	∞	5	5	–	3	∞
I	∞	∞	∞	∞	3	2	∞	3	–	5
J	∞	∞	∞	7	∞	∞	∞	∞	5	–

Route table

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	A	B	C	D	E	A	A	H	I	J
B	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
C	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
D	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
E	A	B	C	D	E	A	A	H	I	J
F	A	A	C	D	A	F	G	H	I	J
G	A	A	C	D	A	F	G	H	I	J
H	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
I	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
J	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J

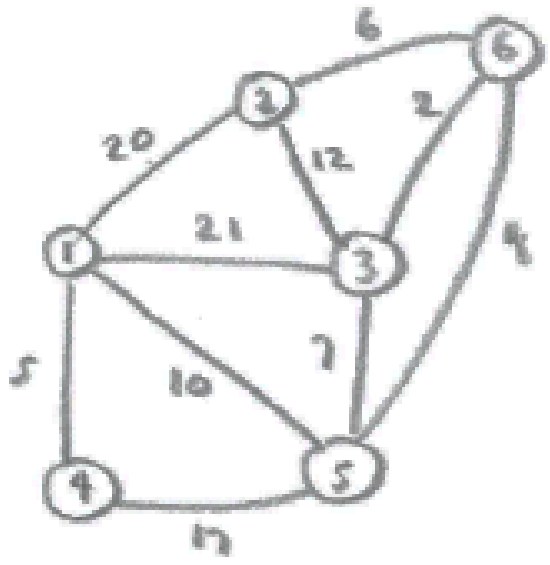
2nd Iteration

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	–	5	12	13	8	10	12	∞	∞	∞
B	5	–	7	8	3	15	17	∞	∞	∞
C	12	7	–	4	10	22	24	∞	∞	∞
D	13	8	4	–	6	23	25	∞	∞	7
E	8	3	10	6	–	18	20	∞	3	∞
F	10	15	22	23	18	–	3	5	2	∞
G	12	17	24	20	20	3	–	5	∞	∞
H	∞	∞	∞	∞	∞	5	5	–	3	∞
I	∞	∞	∞	∞	3	2	∞	3	–	5
J	∞	∞	∞	7	∞	∞	∞	∞	5	–

Route table

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	A	B	B	B	B	A	A	H	I	J
B	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
C	B	B	C	D	B	B	B	H	I	J
D	B	B	C	D	E	B	B	H	I	J
E	B	B	B	D	E	B	B	H	I	J
F	A	A	A	A	A	F	G	H	I	J
G	A	A	A	A	A	F	G	H	I	J
H	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
I	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
J	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J

(2) Use Floyd's algorithm to find distance and route matrices for the following network.



Solution

D0

S E	1	2	3	4	5	6
1	∞	20	21	5	10	∞
2	20	∞	12	∞	∞	6
3	21	12	∞	∞	7	2
4	5	∞-	∞	∞	17	∞
5	10	∞	7	17	∞	4
6	∞	6	2	∞	4	∞

R0

S E	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	1	2	3	4	5	6
3	1	2	3	4	5	6
4	1	2	3	4	5	6
5	1	2	3	4	5	6
6	1	2	3	4	5	6

D1a

S E	1	2	3	4	5	6
1	∞	20	21	5	10	∞
2	20	∞	12	∞	∞	6
3	21	12	∞	∞	7	2
4	5	∞	∞	∞	17	∞
5	10	∞	7	17	∞	4
6	∞	6	2	∞	4	∞

D1b

S E	1	2	3	4	5	6
1	∞	20	21	5	10	∞
2	20	40	12	25	30	6
3	21	12	42	26	7	2
4	5	25	26	10	15	∞
5	10	30	7	15	20	4
6	∞	6	2	∞	4	∞

R1

S E	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	1	1	3	1	1	6
3	1	2	1	1	5	6
4	1	1	1	1	1	6
5	1	1	3	1	1	6
6	1	2	3	4	5	6

D2a

S E	1	2	3	4	5	6
1	∞	20	21	5	10	∞
2	20	40	12	25	30	6
3	21	12	42	26	7	2
4	5	25	26	10	15	∞
5	10	30	7	15	20	4
6	∞	6	2	∞	4	∞

D2b

S E	1	2	3	4	5	6
1	40	20	21	5	10	26
2	20	40	12	25	30	6
3	21	12	24	26	7	2
4	5	25	26	10	15	31
5	10	30	7	15	20	4
6	26	6	2	31	4	12

R2

S E	1	2	3	4	5	6
1	2	2	3	4	5	2
2	1	1	3	1	1	6
3	1	2	2	1	5	6
4	1	1	1	1	1	1
5	1	1	3	1	1	6
6	2	2	3	2	5	2

D3a

S E	1	2	3	4	5	6
1	40	20	21	5	10	26
2	20	40	12	25	30	6
3	21	12	24	26	7	2
4	5	25	26	10	15	31
5	10	30	7	15	20	4
6	26	6	2	31	4	12

D3b

S E	1	2	3	4	5	6
1	40	20	21	5	10	23
2	20	24	12	25	19	6
3	21	12	24	26	7	2
4	5	25	26	10	15	28
5	10	19	7	15	14	4
6	23	6	2	28	4	4

R3

S E	1	2	3	4	5	6
1	2	2	3	4	5	3
2	1	3	3	1	3	6
3	1	2	2	1	5	6
4	1	1	1	1	1	1
5	1	3	3	1	3	6
6	3	2	3	3	5	3

D4a

S E	1	2	3	4	5	6
1	40	20	21	5	10	23
2	20	24	12	25	19	6
3	21	12	24	26	7	2
4	5	25	26	10	15	28
5	10	19	7	15	14	4
6	23	6	2	28	4	4

D4b

S E	1	2	3	4	5	6
1	10	20	21	5	10	23
2	20	24	12	25	19	6
3	21	12	24	26	7	2
4	5	25	26	10	15	28
5	10	19	7	15	14	4
6	23	6	2	28	4	4

R4

S E	1	2	3	4	5	6
1	4	2	3	4	5	3
2	1	3	3	1	3	6
3	1	2	2	1	5	6
4	1	1	1	1	1	1
5	1	3	3	1	3	6
6	3	2	3	3	5	3

D5a

S E	1	2	3	4	5	6
1	10	20	21	5	10	23
2	20	24	12	25	19	6
3	21	12	24	26	7	2
4	5	25	26	10	15	28
5	10	19	7	15	14	4
6	23	6	2	28	4	4

D5b

S E	1	2	3	4	5	6
1	10	20	17	5	10	14
2	20	24	12	25	19	6
3	17	12	14	22	7	2
4	5	25	22	10	15	19
5	10	19	7	15	14	4
6	14	6	2	19	4	4

R5

S E	1	2	3	4	5	6
1	4	2	5	4	5	5
2	1	3	3	1	3	6
3	5	2	5	5	5	6
4	1	1	1	1	1	1
5	1	3	3	1	3	6
6	5	2	3	5	5	3

D6a

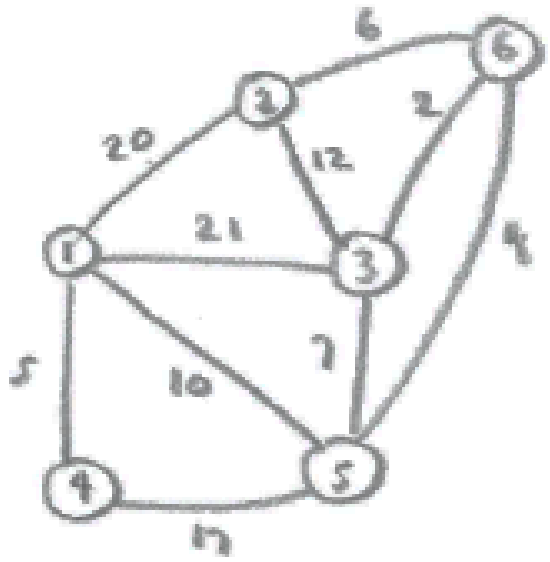
S E	1	2	3	4	5	6
1	10	20	17	5	10	14
2	20	24	12	25	19	6
3	17	12	14	22	7	2
4	5	25	22	10	15	19
5	10	19	7	15	14	4
6	14	6	2	19	4	4

D6b

S E	1	2	3	4	5	6
1	10	20	16	5	10	14
2	20	12	8	25	10	6
3	16	8	4	21	6	2
4	5	25	21	10	15	19
5	10	10	6	15	8	4
6	14	6	2	19	4	4

R6

S E	1	2	3	4	5	6
1	4	2	5	4	5	5
2	1	6	6	1	6	6
3	6	6	6	6	6	6
4	1	1	1	1	1	1
5	1	6	6	1	6	6
6	5	2	3	5	5	3



The shortest route from node 4 to node 3 is read off the final route matrix as follows:

The 1st node on this route is 1 [from cell (S4,E3)]. Then the next node is 5 [from cell (S1,E3)]. The next node is then 6 [from cell (S5,E3)], and we then go to 3 [from cell (S6,E3)].

The final distance matrix gives the shortest distance as 21 (5+10+4+2).