

STEP/Inequalities Q10 (20/6/23)

Show that if $X > 1$ & $Y > 1$, then $X + Y < XY + 1$

Solution

$$X + Y < XY + 1 \Leftrightarrow X + Y - XY - 1 < 0$$

$$\Leftrightarrow X(1 - Y) + Y - 1 < 0$$

$$\Leftrightarrow (X - 1)(1 - Y) < 0$$

$$\Leftrightarrow (X - 1)(Y - 1) > 0$$

$$\text{Then } X > 1 \text{ \& } Y > 1 \Rightarrow (X - 1)(Y - 1) > 0 \Rightarrow X + Y < XY + 1$$